PAPMEM **Janeiro/2020**
Texto de apoio **Professor: Ledo Vaccaro**

Categorização das figuras usadas em avaliações de Matemática

Ledo Vaccaro Machado

É muito comum o uso de figuras em questões de Matemática. Com frequência, tais figuras são imprescindíveis, chegando a ser o foco da questão. Podemos classificar essas figuras em três grupos: **figuras ilustrativas**, que não cumprem função na construção da solução da questão, não apresentando qualquer informação relevante para a solução; **figuras sínteses**, que não apresentam informações novas, mas que sintetizam as informações presentes no enunciado; e **figuras informativas**, que trazem dados novos e essenciais para a construção da solução. A seguir, apresentaremos exemplos desses três tipos de figuras.

Há quem defenda que figuras ilustrativas não devam aparecer em questões por desviarem a atenção do aluno do objetivo fundamental, que é a apresentação da solução da questão. Por outro lado, essas figuram embelezam a prova e podem diminuir a tensão característica de um momento de avaliação. A seguir, há um exemplo de uma questão com figura ilustrativa que foi usada na prova da OBMEP de 2017.

5. Ana, Beatriz e Cristina treinam numa pista de corrida. Ana corre sempre com o dobro da velocidade de Beatriz e com o triplo da velocidade de Cristina. Um dia, Ana partiu do fim da pista, correndo em sentido contrário ao de suas amigas, no mesmo instante em que Beatriz e Cristina partiram do início da pista. Após o treino, Ana disse para suas amigas que tinha percorrido 20 metros desde o momento em que cruzou com Beatriz até o momento em que cruzou com Cristina. Quantos metros tem a pista?

A) 200 metros
B) 220 metros
C) 240 metros
D) 300 metros
E) 360 metros

A figura das três meninas não tem qualquer função na construção da solução da questão, não traz nunhuma informação nova. Ela poderia ser apagada sem prejuízo da construção da solução.

Na questão 163 da prova cinza do ENEM de 2017 aparece uma figura ilustrativa que tem por função ratificar a contextualização.

Uma bicicleta do tipo *mountain bike* tem uma coroa com 3 engrenagens e uma catraca com 6 engrenagens, que, combinadas entre si, determinam 18 marchas (número de engrenagens da coroa vezes o número de engrenagens da catraca).

Os números de dentes das engrenagens das coroas e das catracas dessa bicicleta estão listados no quadro.

Engrenagens	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª
Nº de dentes da coroa	46	36	26	-	-	-
Nº de dentes da catraca	24	22	20	18	16	14

Sabe-se que o número de voltas efetuadas pela roda traseira a cada pedalada é calculado dividindo-se a quantidade de dentes da coroa pela quantidade de dentes da catraca.

Durante um passeio em uma bicicleta desse tipo, deseja-se fazer um percurso o mais devagar possível, escolhendo, para isso, uma das seguintes combinações de engrenagens (coroa x catraca):

I	II	III	IV	V
1ª × 1ª	1ª × 6ª	2ª × 4ª	3ª × 1ª	3ª × 6ª

A combinação escolhida para realizar esse passeio da forma desejada é

- A I.
- B II.
- C III.
- D IV.
- E V.

Nessa questão é declarado que a quantidade de voltas efetuadas pela roda traseira a cada pedalada em uma bicicleta é calculada dividindo-se a quantidade de dente da coroa pela quantidade de dentes da catraca. É apresentada a quantidade de dente de cada roda dentada da coroa (numerando-as de 1 a 3) e de cada roda dentada da catraca (numerando-as de 1 a 6). Depois, há um quadro com cinco combinações de coroa e catraca e deseja-se saber em qual das combinações a bicicleta é mais lenta. Saber o que significa uma coroa e uma catraca de bicicleta é irrelevante nesse problema. A bem da verdade, revolve esta questão quem nunca viu uma bicicleta. O enunciado instrui a divisão do número de dentes da coroa pelo da catraca (que aparecem tabelados) e a identificação do menor quociente. A figura da coroa e da catraca não apresenta qualquer informação nova. A justificativa dessa figura é a ratificação da contextualização da questão, mas a figura não oferece qualquer insumo à construção da solução e poderia ser eliminada.

Deve-se ter muito cuidado ao se considerar que uma figura possa ser eliminada de uma questão. Uma figura que aparentemente seja ilustrativa pode ter informações relevantes para a construção da solução. Isso aconteceu na questão 141 da prova cinza do ENEM de 2017.

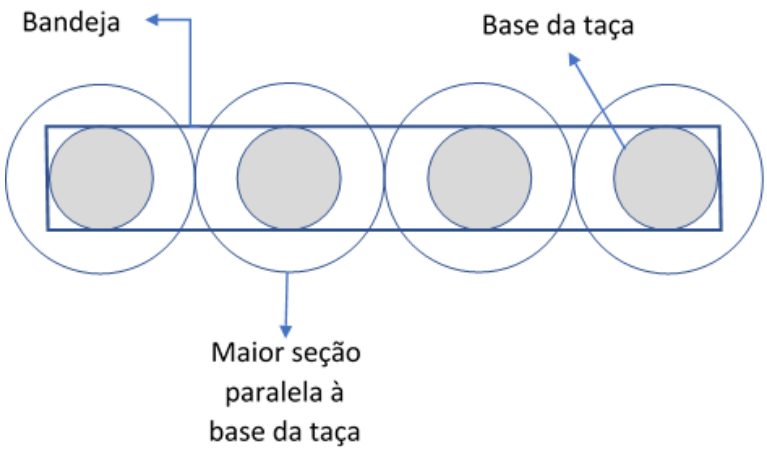
Um garçom precisa escolher uma bandeja de base retangular para servir quatro taças de espumante que precisam ser dispostas em uma única fileira, paralela ao lado maior da bandeja, e com suas bases totalmente apoiadas na bandeja. A base e a borda superior das taças são círculos de raio 4 cm e 5 cm, respectivamente.

A bandeja a ser escolhida deverá ter uma área mínima, em centímetro quadrado, igual a

- **A** 192.
- **B** 300.
- **C** 304.
- **D** 320.
- **E** 400.

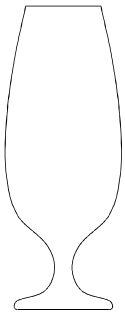
O enunciado não faz qualquer referência à figura da taça presente na questão. Com isso, pode-se entender que a figura é meramente ilustrativa. A questão pede a área mínima de uma bandeja retangular necessária para transportar uma fileira com quatro taças de espumante cuja base é um círculo de raio 4 cm, e a borda superior, um círculo de raio 5 cm. A figura da taça aparece sem nenhuma referência no enuncia.

As dimensões de tal bandeja podem ser definidas a partir da figura a seguir, que representa a bandeja vista por baixo.



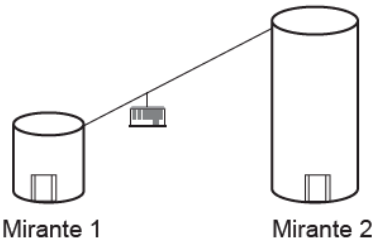
A menor dimensão da bandeja é o diâmetro da base da taça (8 cm), e a dimensão maior da bandeja é quatro vezes o diâmetro da borda superior (4 x 10 cm) menos duas vezes a diferença entre os raios da borda superior e da base (2 x (5 – 4) = 2), ou seja, a maior dimensão da bandeja é 38 cm.

Tudo estaria perfeito se não houvesse um problema: esse não é o único tipo de taça existente na qual se servem espumantes. Outra taça bastante utilizada é a que tem o formato apresentada ao lado. Nesse tipo de taça, a maior dimensão da bandeja não é definida pelo raio da borda superior, haja vista que a maior seção paralela à base da taça não ocorre na borda superior. A figura da taça presente na questão traz informação relevante à construção da solução. A figura não é ilustrativa.



O segundo tipo de figura, a que sintetiza o que foi dito no enunciado, é encontrado na questão 157 da prova cinza do ENEM de 2017. O enunciado descreve como podem ser acessados os topos de dois mirantes.

Em um parque há dois mirantes de alturas distintas que são acessados por elevador panorâmico. O topo do mirante 1 é acessado pelo elevador 1, enquanto que o topo do mirante 2 é acessado pelo elevador 2. Eles encontram-se a uma distância possível de ser percorrida a pé, e entre os mirantes há um teleférico que os liga que pode ou não ser utilizado pelo visitante.



O acesso aos elevadores tem os seguintes custos:

- Subir pelo elevador 1: R$ 0,15;
- Subir pelo elevador 2: R$ 1,80;
- Descer pelo elevador 1: R$ 0,10;
- Descer pelo elevador 2: R$ 2,30.

O custo da passagem do teleférico partindo do topo do mirante 1 para o topo do mirante 2 é de R$ 2,00, e do topo do mirante 2 para o topo do mirante 1 é de R$ 2,50.

Qual é o menor custo, em real, para uma pessoa visitar os topos dos dois mirantes e retornar ao solo?

A 2,25
B 3,90
C 4,35
D 4,40
E 4,45

Todas as informações necessárias para construir a solução da questão estão presentes no enunciado. A figura sintetiza essas informações. Ela não apresenta qualquer informação nova, serve como um exemplo do que está dito no enunciado. Existe a opção de suprimir esse tipo de figura da questão, mas perde-se a síntese do enunciado.

O terceiro tipo de figura é aquele que carrega dados para a construção da solução, a figura informativa. Um bom exemplo desse tipo de figura encontra-se na questão 172 da prova cinza do ENEM de 2017.

A Igreja de São Francisco de Assis, obra arquitetônica modernista de Oscar Niemeyer, localizada na Lagoa da Pampulha, em Belo Horizonte, possui abóbadas parabólicas. A seta na Figura 1 ilustra uma das abóbadas na entrada principal da capela. A Figura 2 fornece uma vista frontal desta abóbada, com medidas hipotéticas para simplificar os cálculos.

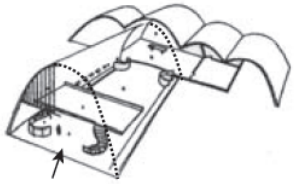


Figura 1

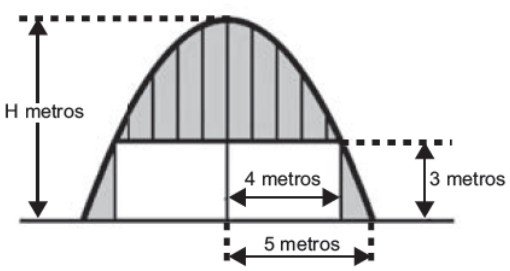


Figura 2

Qual a medida da altura H, em metro, indicada na Figura 2?

A $\frac{16}{3}$

B $\frac{31}{5}$

C $\frac{25}{4}$

D $\frac{25}{3}$

E $\frac{75}{2}$

As únicas informações relevantes para a construção da solução presente no enunciado são que a curva é uma parábola e que a vista é frontal. Todas as demais informações estão indicadas na figura, inclusive o que deve ser calculado, a altura H. Esse tipo de figura não pode ser apagado. Ela é essencial para a construção da solução.